

Izometrije ravnine (MARS 2008)

Izometrija je preslikava, ki ohranja razdalje (grško: *isos* – enako, *metron* – mera).

Če govorimo o izometrijah ravnine, običajno mislimo na evklidsko razdaljo: $d(A, B) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$.

Izometrija ravnine je torej taka preslikava f , da je $d(f(A), f(B)) = d(A, B)$ za vse točke A, B .

Tabela: Tipi izometrij ravnine in njihove lastnosti.

Ime	Oznaka	Določena z	Ohranja orientacijo	Negibne množice	Invariantne množice (brez negibnih)	Potrebni pari $A, f(A)$	Št. zrcaljenj
Identiteta							
Pomik							
Zrcaljenje čez premico							
Vrtež							
Zrcalni zdrs							

Naloga: Izpolnite tabelo in dokažite, da drugih tipov izometrij ni.

Množenje izometrij

Izometrije ravnine lahko med seboj množimo oziroma komponiramo kot preslikave: $f \circ g(A) = f(g(A))$. Produkt dveh izometrij je zopet izometrija (dokaži!). Produkt katerekoli izometrije f z identiteto id je zopet f ; $f \circ id = id \circ f = f$.

Tabela: Produkti različnih tipov izometrij ravnine

$f \backslash g$	Pomik	Zrcaljenje	Vrtež	Zrcalni zdrs
Pomik				
Zrcaljenje				
Vrtež				
Zrcalni zdrs				

Naloga: Izpolni tabelo. Za vsak produkt ugotovi, kdaj izometriji komutirata, torej, kdaj velja $f \circ g = g \circ f$.

Evklidska grupa

Množica vseh izometrij ravnine ima naslednje lastnosti:

1. Produkt dveh izometrij je zopet izometrija.
2. Množenje izometrij je asociativno; $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.
3. Identiteta je izometrija, ki je nevtralni element za množenje izometrij.
4. Vsaka izometrija ima svoj obrat.

Zaradi teh lastnosti rečemo, da je množica vseh izometrij ravnine grupa za množenje. Imenujemo jo *evklidska grupa*.